

## FAZIT – DAS MÜSSEN SIE WISSEN



- ! Das laminare Strömungsprofil von viskosen Flüssigkeiten hat einen parabolischen Verlauf mit einem Maximum im Zentrum des Rohres.
- ! Überschreitet die Strömungsgeschwindigkeit eine kritische Geschwindigkeit, kommt es zur Wirbelbildung.
- !! In viskosen Flüssigkeiten gilt das Ohm'sche Gesetz für den **Strömungswiderstand**:

$$R_S = \frac{\Delta p}{\dot{V}} \text{ oder umgeformt } \dot{V} = \frac{\Delta p}{R_S}$$

- ! Zwischen **Volumenstromstärke** und **Druckdifferenz** besteht eine proportionale Beziehung.
- !! Der inverse Strömungswiderstand  $1/R_S = G_S$  wird auch **Leitwert** genannt.
- !!! Das Gesetz von **Hagen-Poiseuille** lautet:

$$\dot{V} = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta p$$

- !! Die **Volumenstromstärke** ist proportional zur vierten Potenz des **Radius**.
- ! Die **Volumenstromstärke** ist proportional zum Quadrat der **Querschnittsfläche**.
- !! Der **Strömungswiderstand** ist umgekehrt proportional zur vierten Potenz des **Radius**.
- ! Der **Strömungswiderstand** ist direkt proportional zur **Länge** des Rohrs.
- ! Ein Kriterium für turbulente Strömung ist die Reynold'sche Zahl  $Re$ . Für sie gilt:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

$\rho$  = Dichte der Flüssigkeit;  $v$  = Strömungsgeschwindigkeit;  
 $d$  = Innendurchmesser;  $\eta$  = Viskosität der Flüssigkeit.

## 4 Wärme, Löslichkeit, Diffusion

### 4.1 Temperatur

**Temperatur** ist letzten Endes nichts anderes als die **mittlere kinetische Energie** der Teilchen, aus denen sich der betrachtete Körper zusammensetzt: Je schneller sie sich bewegen, desto wärmer ist der Körper.

Genauso kann die Entstehung des Gasdrucks qualitativ beschrieben werden. **Druck** ist der **mittlere Impulsübertrag** aller Gasatome pro Zeiteinheit und Fläche auf eine Wand: Je mehr Teilchen pro Zeiteinheit auf die Wand eines Gefäßes prallen, desto höher ist der Druck in diesem Gefäß.

Hieraus kann man auch erkennen, dass der Druck von der Temperatur abhängt und umgekehrt: Je wärmer das Gas ist, desto schneller bewegen sich die Teilchen, desto öfter prallen sie auf die Gefäßwand und desto höher ist der Druck (Beispiel Dampfkochtopf).

**Temperaturskalen.** Die heute gebräuchliche Temperaturskala ist die **Celsius-Skala**. Sie enthält 2 Fixpunkte: den Schmelzpunkt von Eis und den Siedepunkt von Wasser unter Normalbedingungen. Die Temperaturdifferenz wird in 100 Gradstriche unterteilt, jedes Grad ist 1 °C.

Die **thermodynamische Temperaturskala** ist an den Druck eines idealen Gases geknüpft. Der Gasdruck erreicht bei -273,15 °C den Wert null. Dies ist die absolut tiefste Temperatur. Wenn man diese Temperatur zu null setzt, die Gradeinteilung jedoch beibehält, dann erhält man die **Kelvin-Skala**. 0 °C entsprechen dabei 273,15 K.

Zur **Messung der Temperatur** kann man jede physikalische Größe nehmen, die von der Temperatur abhängt und zur Temperaturmessung geeignet ist, wie z. B.

- Längenänderung (z. B. Temperaturfühler eines Heizungsthermostaten),
- Volumenänderung (z. B. Flüssigkeitsthermometer),
- Wärmestrahlung (z. B. Infrarotthermometer).

Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Druck des idealen Gases ist linear. In allen anderen Fällen, wenn die Proportionalität nicht linear ist, muss eine **Eichkurve** erstellt werden.

#### APROPOS

Mit einer **Thermografie** der Körperoberfläche können Tumoren lokalisiert werden, da diese häufig eine erhöhte Temperatur aufweisen. Mit heute erhältlichen hochempfindlichen Infrarotkameras können Temperaturunterschiede von Zehntelgraden leicht aufgelöst werden.

### 4.2 Wärme und Wärmekapazität

Wärme ist eine Form der Energie. Führt man einem Körper eine bestimmte **Wärmemenge**  $\Delta Q$  zu, dann erhöht sich seine Temperatur von  $T_1$  nach  $T_2 = T_1 + \Delta T$ , also um  $\Delta T$ :

$$\Delta Q = C \Delta T, \text{ somit } C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

$C$  ist dabei die **Wärmekapazität** des Körpers. Sie gibt an, wie viel Wärme ein Körper speichern kann, oder anders ausgedrückt: Sie gibt an, wie viel Energie man benötigt, um einen Körper um 1 K (oder 1 °C) zu erwärmen:

$$C = \frac{\text{zugeführte Wärmemenge}}{\text{Temperaturerhöhung}} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

$$\text{Umgeformt auch } \Delta T = \frac{\Delta Q}{C}$$

Einheit der Wärmekapazität:  $[C] = \text{J/K}$

Neben der Wärmekapazität  $C$  definiert man:

- **spezifische Wärmekapazität**  $C_m$ : Sie ist die auf die Masse  $m$  bezogene Wärmekapazität:  $C_m = C/m$ .

Die Definition und Einheit der spezifischen Wärmekapazität ist:

$$C_m = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}; \quad [C_m] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

- **molare Wärmekapazität  $C_{\text{mol}}$** : Sie ist die auf die Molzahl  $n$  bezogene Wärmekapazität  $C_{\text{mol}} = C/n$ .

Die Definition und Einheit der molaren Wärmekapazität ist:

$$C_n = \frac{\Delta Q}{n \Delta T}; \quad [C_n] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

Genau genommen muss noch berücksichtigt werden, ob die Wärmekapazität bei konstantem Druck (isobar) oder bei konstantem Volumen (isochor) angegeben wird. Bei Festkörpern und Flüssigkeiten ist der Unterschied nicht groß, bei Gasen, die bei der Aufnahme von Wärme stark expandieren, ist jedoch der Unterschied erheblich. Denn bei konstantem Druck dient die Wärmeaufnahme zusätzlich der Volumenausdehnung.

### RECHENBEISPIELE

#### Rechenbeispiel 1

Ein Proband gibt (bei leichter Tätigkeit) 100 W in Form von Wärme an die Umgebung ab. Dies ist gerade so viel, dass seine (mittlere) Körpertemperatur konstant bleibt. Die Wärmekapazität seines Körpers beträgt 300 kJ/K.

Um welchen Betrag würde die mittlere Körpertemperatur des Probanden ansteigen, wenn bei gleicher Wärmebildung eine Stunde lang keine Wärme nach außen abgegeben werden könnte?

**Lösung:** Wenn keine Wärme nach außen abgegeben werden kann, dann dient alle Wärmebildung der Erhöhung der Körpertemperatur. Da gilt:

$$\Delta Q = C \Delta T$$

Folgt durch Auflösen nach  $\Delta T$ :

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{C}$$

Außerdem wirken die 100 Watt (1 Watt = 1 J/s) eine Stunde, also  $60 \cdot 60 = 3600$  Sekunden, für die Wärmebildung:

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{100 \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s}}{300 \text{ kJ/K}} = \frac{360\,000 \text{ J}}{300\,000 \text{ J/K}} = 1,2 \text{ K}$$

#### Rechenbeispiel 2

Man findet immer mal wieder den gut gemeinten Rat, eine Diät zur Gewichtsreduktion könne dadurch unterstützt werden, dass man nur gekühlte Speisen und Getränke zu sich nimmt. Machen wir die Probe und berechnen wir die Energie, die benötigt wird, um 0,5 l Bier von 7 °C auf 37 °C Körpertemperatur zu erwärmen.

Diese aufzubringende Energie soll dann verglichen werden mit dem spezifischen Brennwert von Bier. Der spezifische Brennwert von Bier ist etwa 2000 kJ/kg.

Die spezifische Wärmekapazität von Bier können wir als identisch mit Wasser annehmen:  $4 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

**Lösung:** Die Wärme, die benötigt wird, um 0,5 l Bier um 30 K zu erhitzen, ist:

$$\Delta Q = C_m m \Delta T$$

Damit folgt für die Erwärmung eines halben Liters Bier:

$$\Delta Q = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K} = 60 \text{ kJ}$$

Das ist also wesentlich geringer und fast vernachlässigbar im Vergleich zum Brennwert eines halben Liters Bier, der etwa 1000 kJ beträgt.

## 4.2.1 Wärmekapazität des Wassers

**Wasser in flüssiger Form** fällt mit einer molaren Wärmekapazität von  $75 \text{ J Mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  völlig aus dem Rahmen (Tab. 4.1). Wasser hat die höchste molare Wärmekapazität aller bekannten Flüssigkeiten. Wegen der hohen Wärmekapazität kann Wasser viel Wärmeenergie aufnehmen, ohne sehr heiß zu werden, oder um-

Tab. 4.1 Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen.

| Stoff                             | Molare Wärmekapazität in $\text{J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ | Spezifische Wärmekapazität in $\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ |
|-----------------------------------|---|---|
| Einatomige Gase                   | 12,4  |   |
| Zweiatomige Gase, z. B. Luft      | 20,7  | N <sub>2</sub> : 742<br>O <sub>2</sub> : 655                    |
| Festkörper bei hohen Temperaturen | 25  | Cu: 390<br>Al: 900  |
| Wasser (H <sub>2</sub> O)         | Eis: 36<br>flüssiges Wasser: 75<br>Wasserdampf: 36          | Eis: 2000<br>flüssiges Wasser: 4190 = 4,2<br>Wasserdampf: 2000  |

gekehrt: Das Erhitzen von Wasser ist besonders kostspielig. Wasser ist ein wichtiger Wärmespeicher. Der menschliche Körper hat einen hohen Wasseranteil. Die hohe Wärmekapazität verhindert schnelle Temperaturschwankungen des Körpers bei Änderung der umgebenden Lufttemperatur. Diese Besonderheit von Wasser ist in dem polaren Charakter der Wassermoleküle und den Wasserstoffbrückenbindungen zu suchen.

### LERNTIPP

Merken Sie sich die hohe spezifische Wärmekapazität des Wassers:  $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Vereinfacht gesagt, heißt das, dass man  $4,2 \text{ kJ}$  (= 1 kcal) benötigt, um 1 Liter Wasser um 1 K zu erwärmen. In den Prüfungsfragen geht es meistens um die Erwärmung und Abkühlung von Wasser. Manchmal ist der Wert für die spezifische Wärmekapazität angegeben, manchmal aber auch nicht.

## Wärmetransport

Es gibt 3 Arten, Wärme von einem Körper auf einen anderen zu übertragen: Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung. Alle drei Arten der Wärmeleitung sind für den menschlichen Körper wichtig.

### Wärmeleitung

Sind ein heißer und ein kalter Körper in Kontakt, dann fließt so lange Wärme vom heißen zum kalten Körper, bis die Temperaturen beider Körper ausgeglichen sind. Erst dann ist das thermische Gleichgewicht hergestellt. Das Fließen von Wärme ist ähnlich wie das Fließen von Flüssigkeiten, allerdings wird keine Masse, sondern Energie transportiert. Der **Wärmestrom** hat die Einheit Watt. Daraus erkennt man, dass „Energie pro Zeiteinheit“ transportiert wird ( $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ ).

Die **Wärmeleitfähigkeit** ist eine Materialeigenschaft und gibt an, wie gut ein Material die Wärme leiten kann. Je höher die Wärmeleitfähigkeit, desto besser leitet das Material. Materialien mit geringen Wärmeleitfähigkeiten sind gute Wärmeisolatoren.

### APROPOS

Analog zu Flüssigkeiten gelten auch hier beim Wärmestrom die **Kirchhoffschen Gesetze** (S. 36). **Wärmewiderstände** können **parallel** oder **in Reihe geschaltet** werden. Fenster in einem Haus lassen alle gleichzeitig Wärme durch, d. h., sie sind parallel geschaltet. Kleidungsstücke sind üblicherweise in Reihe geschaltet und vergrößern den Wärmewiderstand mit jeder Schicht. Zur Wärmedämmung benötigt man Material mit einem ho-

hen Wärmewiderstand (oder niedriger Wärmeleitfähigkeit). Fell und Bekleidung mit trocknen luftgefüllten Poren haben einen hohen Wärmewiderstand. Wasser dagegen hat eine hohe Wärmeleitfähigkeit. Bei nasser Kleidung wird der Wärmewiderstand „kurzgeschlossen“ und Wärme kann aus dem Körper schnell nach außen dringen. Durch verschwitzte Kleidung nach sportlichem Training kann deshalb schnell eine Unterkühlung mit Erkältungsgefahr auftreten. Der Wärmeverlust in Wasser ist durch die höhere Wärmeleitfähigkeit des Wassers ca. 5-mal größer als in Luft. Die Unterkühlungsgefahr ist daher wesentlich größer.

### Konvektion

Konvektion beschreibt den Austausch von Energie durch gleichzeitigen Transport einer flüssigen oder gasförmigen Substanz (**Materietransport**). Bei Temperaturgradienten in Flüssigkeiten und Gasen kommt es häufig zu diffusivem Transport von heißen Partikeln in kältere Bereiche. Luft streicht am Körper vorbei und nimmt dabei Körperwärme auf. Der Wärmeverlust durch Luftkonvektion kann erheblich sein und ebenfalls leicht zur Unterkühlung des Körpers führen.

### Wärmestrahlung

Wärmestrahlung ist kontaktloser Energieaustausch durch elektromagnetische Wellen. Jeder Körper bei einer Temperatur  $T$  strahlt ein für diese Temperatur charakteristisches Spektrum von elektromagnetischen Wellen ab. Diese elektromagnetische Strahlung wird **Wärmestrahlung** genannt. Je höher die Temperatur eines Körpers ist, desto höher ist auch seine Wärmestrahlung. Die Intensität der Strahlung steigt dabei mit  $T^4$ .

#### FAZIT – DAS MÜSSEN SIE WISSEN

– !  $0^\circ\text{C} = 273,15\text{ K}$ .

– !!! **Wärmekapazität:**

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \text{ oder umgeformt: } \Delta Q = C \Delta T$$

$Q$  = Wärmemenge;  $T$  = Temperatur.

– !!! Spezifische Wärmekapazität:

$$c_m = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}; [c] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

– ! Spezifische Wärmekapazität von Wasser:

$$4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

## 4.3 Thermodynamik von Gasen

Die Thermodynamik von Gasen benutzt die thermodynamischen **Zustandsgrößen** Druck, Volumen und Temperatur und beschreibt den Zusammenhang zwischen diesen Größen, und zwar bevorzugt in sogenannten „idealen Gasen“.

Ideale Gase sind Gase, zwischen deren Partikel keine Wechselwirkungen wie z. B. anziehende intermolekulare Kräfte vorhanden sind. Sie bleiben im gasförmigen Zustand bis 0 K. Das ist wie schon vorher bei den idealen Flüssigkeiten eine Modellvorstellung. In realen Gasen besteht eine Wechselwirkung zwischen den Partikeln, und diese drückt sich in der Kondensation und in Phasenübergängen bei tiefen Temperaturen aus. Darauf kommen wir später zu sprechen. Viele Gase und insbesondere die Edelgase verhalten sich in einen weiten Temperaturbereich nahezu ideal.

### 4.3.1 Allgemeine Gasgleichung

Der Zustand eines idealen Gases ist vollständig durch die genannten **Zustandsgrößen** Druck  $p$ , Volumen  $V$  und Temperatur  $T$  beschrieben. Er wird durch die **Zustandsgleichung** (allgemeine Gasgleichung) ausgedrückt:

$$p V = n R T$$

Hier ist  $n$  die Molzahl und  $R$  ist die **universelle Gaskonstante**:  $R = 8,314\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$ .

Die Molzahl  $n$  und die universelle Gaskonstante  $R$  bleiben in dieser Gleichung konstant. Man kann sie deshalb reduzieren auf:

$$p V = \text{konstant} \cdot T \text{ oder: } p V T^{-1} = \text{konstant}$$

### 4.3.2 Zustandsänderungen

Aus der Zustandsgleichung gehen einfache Zusammenhänge zwischen Druck, Temperatur und Volumen hervor. **Wenn die Temperatur konstant ist, dann ist der Druck umgekehrt proportional zum Volumen:**

$$p = \frac{\text{konstant}}{V} \text{ oder umgeformt } p V = \text{konstant}$$

D.h., das Produkt ist eine Konstante, die nur von der Temperatur abhängt. Daraus folgt, dass

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Dies ist das **Gesetz von Boyle-Mariotte**, das Sie bereits beim hydrostatischen Druck (S. 27) kennengelernt haben.

#### LERNTIPP

Das Gesetz von Boyle-Mariotte ist ein beliebtes Prüfungsthema. Es wird in allen Varianten und in fast jedem Physikum abgefragt. Merken Sie sich die Formel  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ . Diese Formel lässt sich leicht in die jeweils benötigte Form umformen. Damit können Sie alle Aufgaben zu diesem Thema lösen.

Die folgenden Zustandsänderungen sind zu unterscheiden:

- **isotherme Zustandsänderung:** Zustandsänderungen bei konstanter Temperatur und Molzahl nennt man isotherme Zustandsänderungen. Es gilt das Gesetz von Boyle-Mariotte. Je kleiner das Volumen wird, umso mehr steigt der Druck und umgekehrt. Grafisch wird diese Beziehung durch eine Hyperbel dargestellt.
- **isobare Zustandsänderung:** Wenn eine Zustandsänderung bei konstantem Druck stattfindet, dann spricht man von isobarer Zustandsänderung. Bei isobarer Zustandsänderung ist das **Volumen proportional zur Temperatur**, d. h., mit einer Temperaturänderung ändert sich das Volumen linear:  $V \sim T$  (**Gesetz von Gay-Lussac**, oder  $V/T = \text{const.}$ ).
- **isochore Zustandsänderung:** Isochore Zustandsänderungen sind solche, die bei konstantem Volumen stattfinden. Dann gilt  $p \sim T$  (auch „Druckgesetz“ genannt).
- **adiabatische Zustandsänderung:** Eine solche liegt vor, wenn der betreffende Vorgang bei „guter Wärmeisolierung“ (oder auch einfach „besonders schnell“) vor sich geht, sodass ein Wärmeaustausch mit der Umgebung nicht stattfinden kann. Die entsprechende Zustandsgleichung wird Adiabatengleichung genannt.

Die verschiedenen Zustandsänderungen sind in **Abb. 4.1** zusammengefasst. Sie sind die Grundlage für jegliche Diskussion von thermodynamischen Prozessen und von Phasendiagrammen.

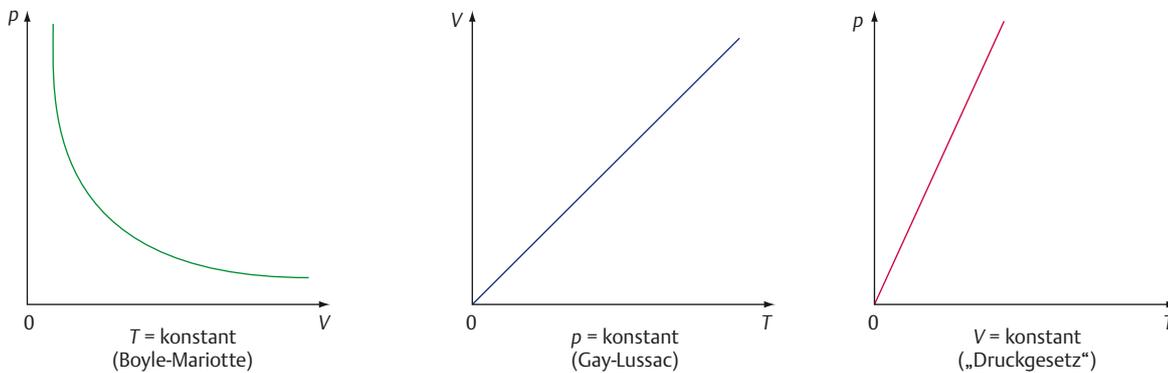


Abb. 4.1 Zusammenhang zwischen Druck, Volumen und Temperatur in einem idealen Gas.

## RECHENBEISPIELE

## Rechenbeispiel 1

Ein Taucher befindet sich in 10 m Wassertiefe. Er atmet Luft aus seiner Vorratsflasche über einen Druckregler, der den Druck der Luft automatisch an den Wasserdruck der aktuellen Tauchtiefe angleicht. Seine Lunge enthält 3 l Luft unter dem dort herrschenden Druck.

Welches Volumen würde die Luft einnehmen, wenn er ohne entsprechende Dekompression an die Oberfläche stiege?

**Lösung:** Bei konstanter Temperatur kann man das Gesetz von Boyle-Mariotte anwenden, nach dem gilt:

$$p_{10m} V_{10m} = p_{0m} V_{0m}$$

( $p_{10m}$ ,  $V_{10m}$  = Druck und Volumen in 10 m Tiefe,  $p_{0m}$ ,  $V_{0m}$  = Druck und Volumen an der Wasseroberfläche).

In 10 m Tiefe haben wir 1 bar Wasserdruck + 1 bar Luftdruck, der noch auf der Wasseroberfläche lastet (Gesamtdruck 2 bar), an der Wasseroberfläche nur  $p_{0m} = 1$  bar Luftdruck.

Wir lösen nach  $V_{0m}$  (Volumen an der Wasseroberfläche) auf und setzen ein:

$$V_{0m} = \frac{p_{10m} \cdot V_{10m}}{p_{0m}} = \frac{2 \text{ bar} \cdot 3 \text{ l}}{1 \text{ bar}} = 6 \text{ l}$$

## Rechenbeispiel 2

Ein Patient mit COPD (chronisch obstruktiver Lungenerkrankung) wird mit Sauerstoff aus einer Vorratsflasche versorgt. Die Sauerstoffflasche hat ein Innenvolumen von 50 l und enthält reinen Sauerstoff mit einem Druck von 150 bar. Der Sauerstoff strömt kontinuierlich und ohne Temperaturänderung über einen Druckregler mit 1 bar und 1,5 l/min aus. Wie lange wird der Sauerstoff ausreichen?

**Lösung:** Bei konstanter Temperatur kann man das Gesetz von Boyle-Mariotte anwenden, um das Volumen des Gases bei 1 bar Normaldruck zu berechnen.

$$p_F V_F = p_U V_U$$

( $p_F$ ,  $V_F$  = Druck und Volumen in der Sauerstoffflasche;  $p_U$ ,  $V_U$  = Druck und Volumen des Sauerstoffs unter Umgebungsdruck).

Nach  $V_U$  aufgelöst erhält man zunächst das Gasvolumen, das anfänglich in der Flasche ist:

$$V_U = \frac{p_F V_F}{p_U} = \frac{150 \text{ bar} \cdot 50 \text{ l}}{1 \text{ bar}} = 7500 \text{ l}$$

Strömt dieses Gas mit 1,5 l/min aus der Flasche, reicht der Gasvorrat für

$$\frac{7500 \text{ l}}{1,5 \text{ l/min}} = 5000 \text{ min} = 83,3 \text{ h} \approx 3,5 \text{ Tage}$$

## Rechenbeispiel 3

Der Weltrekord im Apnoetauchen No Limit (Tieftauchen ohne technische Beschränkungen) liegt bei 214 m. Angenommen, der Taucher hat sich ein Lungenvolumen von 10 l antrainiert und nutzt dies unmittel-

bar vor dem Abtauchen auch voll aus. Auf welches Volumen schrumpft sein Luftvorrat in der Lunge in 214 m Tiefe?

**Lösung:** Nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte ist

$$p V = \text{const. oder } p_1 V_1 = p_2 V_2 \text{ oder } \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

Man muss hier also nur ausrechnen, in welchem Verhältnis die beiden Drücke zueinander stehen, dann kennt man auch das Verhältnis der Luftvolumina:

$$\frac{\text{Luftdruck}}{\text{Druck in 214 m Wassertiefe}} = \frac{1 \text{ bar}}{21,4 \text{ bar} + 1 \text{ bar}} = 0,045$$

Für das Luftvolumen in der Lunge bedeutet dies: Es schrumpft von 10 l auf  $10 \cdot 0,045 = 0,45 \text{ l}$  zusammen.

## Rechenbeispiel 4

Ein Mädchen bläst einen Luftballon auf. Voll aufgeblasen hat der Ballon bei 23 °C Zimmertemperatur ein Volumen von 4 l. Das Kind geht mit dem aufgeblasenen Luftballon nach draußen in die Winterluft, die eine Temperatur von nur -2 °C hat. Auf welches Volumen nimmt der Luftballon ab (wenn man davon ausgeht, dass die Spannung der Wand und der Luftdruck sich dabei nicht ändern)?

**Lösung:** Nach dem Gesetz von Gay-Lussac gilt, dass sich bei isobaren Verhältnissen (der Luftdruck ändert sich in diesem Szenario nicht) das Volumen proportional zur Temperatur ändert:

$V \sim T$ , was gleichbedeutend ist mit

$$\frac{V}{T} = \text{konstant oder } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Aufgelöst nach  $V_2$ :

$$V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{4 \text{ l} \cdot (-2 + 273) \text{ K}}{(23 + 273) \text{ K}} = 3,66 \text{ l}$$

Draußen in der Winterluft hat der Luftballon also nur noch ein Volumen von 3,66 l.

## Rechenbeispiel 5

Mithilfe der allgemeinen Gasgleichung lässt sich auch die Menge des Gases in einem bestimmten Volumen berechnen, wenn Temperatur und Druck bekannt sind:

In einer Kammer zur hyperbaren Sauerstofftherapie befindet sich reiner Sauerstoff. Die Kammer hat ein Volumen von 4 m<sup>3</sup>. Der Druck beträgt 2,5 bar und das Gas hat eine Temperatur von 25 °C. Wie viel Mol Sauerstoff befinden sich in der Kammer?

**Lösung:** Die allgemeine Gasgleichung lautet

$$p V = n R T$$

Dabei sind  $p$  der Druck in Pascal,  $V$  das Volumen in m<sup>3</sup>,  $n$  die Stoffmenge in mol,  $R$  die allgemeine Gaskonstante  $\sim 8 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  und  $T$  die absolute Temperatur in Kelvin.

Zunächst muss die Temperatur in die absolute Temperatur in Kelvin ( $25^\circ\text{C} + 273 = 298\text{ K}$ ) und der in bar angegebene Druck in Pascal umgerechnet werden ( $1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$ ) damit ist der Druck  $p = 2,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$ .

Wir lösen nach der Stoffmenge  $n$  auf und errechnen:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{2,5 \cdot 10^5\text{ N m}^{-2} \cdot 4\text{ m}^3}{8\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1} \cdot 298\text{ K}} = \frac{10 \cdot 10^5\text{ N m}^{-2}\text{ m}^3}{2384\text{ N m K}^{-1}\text{ mol}^{-1}\text{ K}}$$

$$= \frac{10^6\text{ mol}}{2384} = 420\text{ mol}$$

Die Kammer enthält also 420 mol Sauerstoff.

## Gasgemische

Bei Gasgemischen, wie z. B. der Luft, kann man die **allgemeine Zustandsgleichung** für jede einzelne Komponente  $i$  aufschreiben:

$$p_i V = n_i R T$$

Hier ist  $n_i$  die Molzahl der  $i$ -ten Komponente. Nimmt man an, dass alle Gaspartikel voneinander unabhängig sind, alle die gleiche Temperatur und das gleiche Volumen haben, dann ist der Partialdruck der  $i$ -ten Komponente:

$$p_i = \frac{n_i R T}{V}$$

Der **Gesamtdruck** eines Gasgemisches folgt aus der Summe der Partialdrücke (**Gesetz von Dalton**):

$$p_{\text{ges}} = p_1 + p_2 + p_3 + \dots = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) \frac{R T}{V} = n \frac{R T}{V}$$

### LERNTIPP

Hier nochmals zu Erinnerung die Zusammensetzung von **Luft als Gasgemisch**: 78 % Stickstoff, 21 % Sauerstoff, 0,04 %  $\text{CO}_2$  und einige andere Komponenten (z. B. 0,9 % Argon). Diese Werte müssen Sie kennen, denn sie werden in der Prüfung oft als bekannt vorausgesetzt.

### RECHENBEISPIEL

Damit sich ein Patient von einer Rauchvergiftung mit Kohlenmonoxid erholen kann, wird er in eine Druckkammer mit einem Innendruck von 2 bar gebracht. In der Druckkammer atmet er für eine gewisse Zeit nahezu 100 % Sauerstoff.

Um welchen Faktor erhöht sich dadurch die Sauerstoffsättigung des Blutes des Patienten in der Kammer im Gegensatz zu außerhalb der Kammer in der (trockenen) Außenluft?

**Lösung:** Die Druckkammer enthält nahezu 100 %  $\text{O}_2$  bei 2 bar, der Partialdruck in der Kammer ist also:

$$p_{\text{O}_2\text{Druckkammer}} = 100\% \cdot 2\text{ bar} = 2\text{ bar}$$

Bei Normaldruck und natürlichem Luftgemisch außerhalb der Kammer ist der Partialdruck von Sauerstoff  $p_{\text{O}_2\text{Normal}} = 0,21\text{ bar}$ .

Das Verhältnis dieser beiden Drücke zueinander ist:

$$\frac{p_{\text{O}_2\text{Druckkammer}}}{p_{\text{O}_2\text{Normal}}} = \frac{2\text{ bar}}{0,21\text{ bar}} = 9,5$$

Die Sauerstoffsättigung für das Patientenblut ist in der Kammer also etwa 10-mal höher als außerhalb, falls die Sauerstoffsättigung im Blut proportional zum Partialdruck ansteigt (was für die physikalische Löslichkeit von Sauerstoff im Blut der Fall ist).

### FAZIT – DAS MÜSSEN SIE WISSEN



- ! In einem idealen Gas herrschen keine anziehenden intermolekularen Kräfte zwischen den einzelnen Molekülen.
- !!! **Allgemeine Gasgleichung:**  $pV = nRT$ ;  
 $p$  = Druck,  $V$  = Volumen;  $n$  = Molzahl;  $R$  = allgemeine Gaskonstante;  $T$  = absolute Temperatur.

- !!! **Gesetz von Boyle-Mariotte** (wenn  $T$  und  $n$  konstant sind):

$$p = \frac{\text{const.}}{V} \text{ oder } pV = \text{const.} \text{ oder } p_1V_1 = p_2V_2$$

- !! Die grafische Darstellung der isothermen Zustandsänderung ( $T$  = konstant) ergibt eine Hyperbel.

- !! **Gesetz von Gay-Lussac** (wenn  $p$  konstant):

$$V \sim T \text{ oder } \frac{V}{T} = \text{const.} \text{ oder } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

## 4.4 Änderung des Aggregatzustands

### 4.4.1 Phasenübergang

Alle Stoffe kommen in verschiedenen **Aggregatzuständen**, auch Phasen genannt, vor. Den Übergang von einer Phase (fest, flüssig oder gasförmig) in eine andere nennt man einen **Phasenübergang**.

Es gibt folgende Übergänge (Abb. 4.2):

- **Schmelzen:** fest → flüssig
- **Verdampfung:** flüssig → gasförmig
- **Erstarrung:** flüssig → fest
- **Kondensation:** gasförmig → flüssig
- **Sublimation:** fest → gasförmig
- **Resublimation:** gasförmig → fest

Phasenübergänge kosten (oder bringen) Energie (Abb. 4.3). Um einen Festkörper zu schmelzen, muss die **Schmelzwärme** aufgebracht werden. Das heißt, um Eis in Wasser zu überführen, muss man dem Eis Energie zuführen. Die Temperatur des Systems Eis/Wasser erhöht sich dabei jedoch nicht. Für das **Verdampfen einer Flüssigkeit** gilt dasselbe. Man benötigt **Verdampfungswärme**. Die Verdampfungswärme kann beim Kondensieren zurückgewonnen werden, ebenso die Schmelzwärme bei der Erstarrung. Das heißt, die **Kondensationswärme** ist gleich der Verdampfungswärme und die **Erstarrungswärme** ist gleich der Schmelzwärme. Bei Wasser ist die Verdampfungswärme etwa siebenmal größer als die Schmelzwärme.

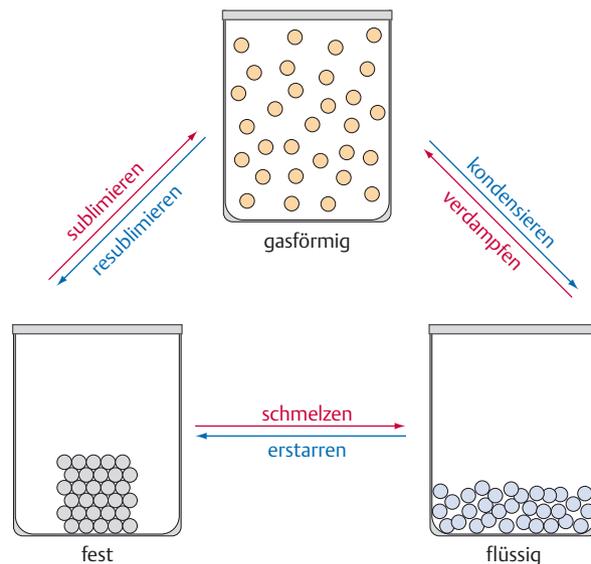
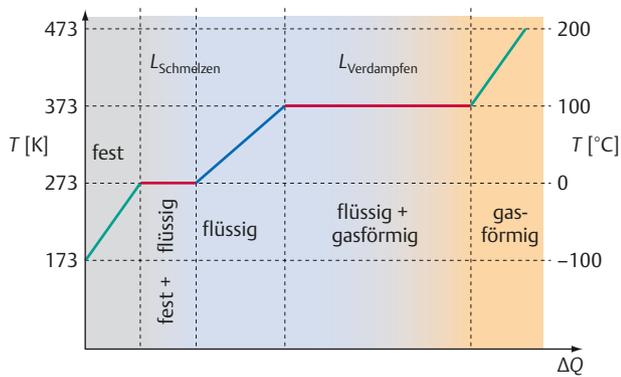


Abb. 4.2 **Aggregatzustände.** Schematischer Überblick über Phasenübergänge zwischen fester, flüssiger und gasförmiger Phase.



**Abb. 4.3 Temperaturänderung bei konstanter Wärmezufuhr.** Eine Temperaturänderung tritt nur in den reinen Phasen fest, flüssig und gasförmig auf. Die Rate der Temperaturänderung (Steigung der Geraden) hängt von der spezifischen Wärmekapazität ab. Die Steigung ist umso größer, je geringer die Wärmekapazität ist. Beim Übergang von einer Phase in eine andere wird dem System Wärme zugeführt, die dem Schmelzen und der Verdampfung dienen, aber nicht die Temperatur ändert.

### Spezifische Verdampfungswärme

Die Verdampfungswärme  $Q$ , die beim Übergang von der flüssigen in die gasförmige Phase benötigt wird, ist für jede Substanz charakteristisch. Sie gibt an, welche Wärmemenge benötigt wird, um eine bestimmtes Volumen (bzw. eine bestimmte Masse) verdampfen zu lassen. Sie wird als **spezifische Verdampfungswärme  $r$**  (bezogen auf die Masse  $m$ ) angegeben:

$$r = \frac{Q}{m}; [r] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

#### RECHENBEISPIEL

Ein Proband gibt bei leichtem Training auf einem Ergometer pro Stunde 360 kJ Wärmeenergie ab. Dabei führt er die Energie ausschließlich über die Verdunstung von Wasser ab, da Haut- und Umgebungstemperatur identisch sind (25 °C). Die spezifische Verdunstungswärme von Wasser beträgt bei 25 °C 2,4 MJ/kg.

Wie viel Wasser verdunstet der Proband im Laufe einer Trainingsstunde?

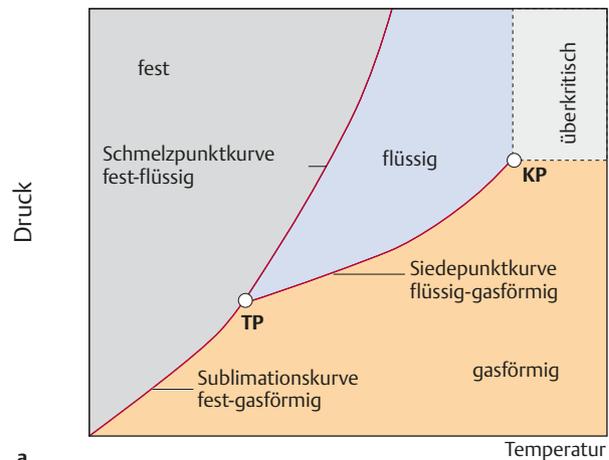
**Lösung:** Der Proband gibt in einer Stunde die Wärmeenergie (Verdampfungswärme)  $Q = 360 \text{ kJ}$  ab. Setzen wir diesen Wert in Formel für die spezifische Verdampfungswärme ein, erhalten wir Folgendes:

$$r = \frac{Q}{m} \rightarrow m = \frac{Q}{r} = \frac{360 \text{ kJ}}{2,4 \text{ MJ/kg}} = \frac{360 \text{ kJ}}{2,4 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}} = 0,150 \text{ kg}$$

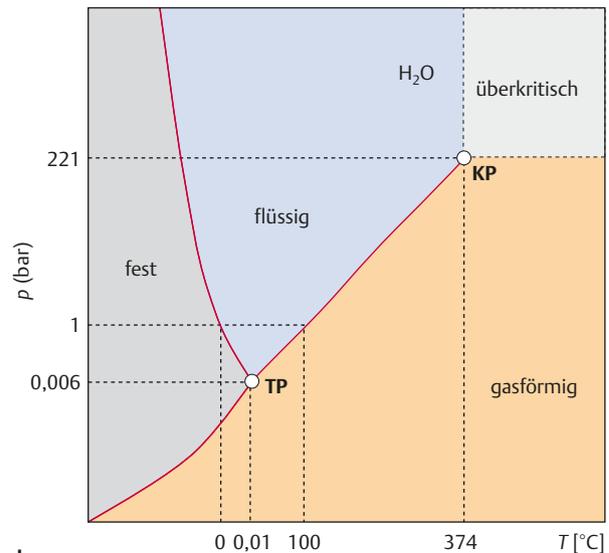
0,150 kg Wasser entsprechen 150 ml  $\text{H}_2\text{O}$ . Der Proband verdunstet also pro Stunde 150 ml Wasser.

### Phasendiagramm

Phasenübergänge werden üblicherweise in **Phasendiagrammen** dargestellt. Ein Phasendiagramm beschreibt die Existenzbereiche der Phasen des betreffenden Stoffes in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Volumen, die Koexistenzbereiche und die Übergänge von einer Phase in eine andere (Abb. 4.4a). Die verschiedenen Bereiche sind durch Linien getrennt. Innerhalb der Bereiche existiert nur eine Phase. Entlang der Linien zwischen den Bereichen besteht Phasenkoexistenz. Die Koexistenz zwischen fest und gasförmig wird Sublimationskurve genannt, zwischen flüssig und gasförmig Siedepunktkurve und zwischen fest und flüssig Schmelzpunktkurve. Zwei Punkte im Phasendiagramm sind ausgezeichnet:



a



b

**Abb. 4.4 Druck-Temperatur-Phasendiagramm.** a Allgemeines Druck-Temperatur-Phasendiagramm. b Druck-Temperatur-Phasendiagramm von Wasser. TP, Tripelpunkt; KP, Kritischer Punkt. Oberhalb des kritischen Punktes spricht man vom überkritischen Zustand (Koordinaten nicht maßstäblich).

- 1. Tripelpunkt:** Hier koexistieren alle 3 Phasen.
- 2. Kritischer Punkt:** Dies ist der Endpunkt der Siedepunktkurve. An diesem Punkt können Flüssigkeit und Gas nicht mehr voneinander unterschieden werden. Man spricht dann auch vom **überkritischen Zustand**. Ihre Dichten haben sich einander angenähert, und ein Gas kann oberhalb dieses Punktes durch weitere Druckerhöhung auch nicht mehr verflüssigt werden. Die Schmelzkurve hat keinen Endpunkt.

### Lyophilisation

Die Lyophilisation oder Gefriertrocknung ist eine Methode, mit der z. B. Nahrungsmittel oder Impfstoffe haltbar gemacht werden können. Dabei wird die wasserhaltige Substanz schnell eingefroren und das gefrorene Wasser durch Sublimation (also direkt von der festen in die gasförmige Phase) verdampft. Man erreicht die **Sublimation** des Wassers dadurch, dass man vorsichtig die **Temperatur** des Gefrierguts und damit auch den **Dampfdruck** erhöht und v. a. indem man den äußeren (**Luft-)Druck** erniedrigt (in der Regel durch Anlegen eines Vakuums), damit die Teilchen das Gefriergut besser und schneller verlassen können.

## 4.4.2 Sättigungsdampfdruck und Siedepunkt

Aus der Siedepunktkurve von Wasser folgt, dass bei 20 °C der Wasserdampfdruck über Wasser im Gleichgewicht 0,023 bar beträgt. Wenn eine halb gefüllte Wasserflasche bei normalem Luftdruck von 1 bar mit einer Kappe abgeschlossen wird, dann stellt sich über der Wasseroberfläche ein Wasserdampf-Partialdruck von 0,023 bar = 23 hPa ein, sodass bei 20 °C der Gesamtdruck in der Flasche im Gleichgewicht 1,023 bar beträgt. Dieser Wasserdampfdruck ist gleichzeitig auch der **Sättigungsdampfdruck** von Wasser in Luft. Das heißt, mehr Wasserdampf kann Luft bei dieser Temperatur nicht aufnehmen. Pumpt man weitere wasserdampfgesättigte Luft in die (geschlossene) Wasserflasche, dann steigt der Luftdruck dauerhaft und der Wasserdampfdruck kurzzeitig an. Es wird dann so lange Wasserdampf wieder in flüssiges Wasser umgewandelt, bis wieder ein Wasserdampfdruck von 23 hPa erreicht ist.

Mit zunehmender Temperatur steigt der Sättigungsdampfdruck und erreicht bei 100 °C einen Druck von 1 bar. In der Wasserflasche herrscht dann ein Gesamtdruck von 2 bar (Prinzip des Druckkochtopfs). In einem **offenen** System (Topf mit Wasser auf einer Herdplatte) ist der Luftdruck von ca. 1 bar konstant und unabhängig von der Wassertemperatur. Bei 100 °C ist dann der Wasserdampfdruck über dem Wasser gleich groß wie der Luftdruck und das Wasser siedet. Dieser Punkt wird als **Siedepunkt** bezeichnet. Bei **niedrigerem Luftdruck**, z. B. auf einem Berg, wird der **Siedepunkt** bei einer **niedrigeren Temperatur** erreicht.

### Relative Luftfeuchtigkeit

Die relative Luftfeuchtigkeit (auch relative Luftfeuchte) gibt an, wie hoch der tatsächliche **Wasserdampfpartialdruck** des bei einer bestimmten Temperatur möglichen Sättigungsdampfdruckes ist. Sie wird in Prozent angegeben:

$$\text{Relative Luftfeuchtigkeit} = \frac{\text{Wasserdampfdruck}}{\text{Sättigungsdampfdruck}}$$

Luft mit einem Wasserdampfpartialdruck von 13 hPa bei 22 °C hat also eine relative Luftfeuchtigkeit von

$$\frac{13 \text{ hPa}}{26 \text{ hPa}} = 0,5 = 50 \%$$

Umgekehrt kann man bei bekannter relativer Luftfeuchtigkeit den herrschenden Wasserdampfpartialdruck berechnen (siehe folgendes Rechenbeispiel).

Wird die relative Luftfeuchtigkeit mit 100% überschritten, fällt das überschüssige Wasser als Kondenswasser (Nebel) aus.

### RECHENBEISPIELE

#### Rechenbeispiel 1

An einem noch recht warmen Tag im Spätherbst betrage die Lufttemperatur 22 °C und die relative Luftfeuchtigkeit 80%. Wie hoch ist der Wasserdampfpartialdruck in der Luft? Der Sättigungsdampfdruck von Wasser bei 22 °C beträgt 26 hPa.

**Lösung:** Die Umformulierung der Formel oben ergibt:

$$\begin{aligned} &\text{Wasserdampfpartialdruck} \\ &= \text{Sättigungsdampfdruck} \times \text{relative Luftfeuchtigkeit} \\ &= 26 \text{ hPa} \cdot 0,8 = 20,8 \text{ hPa} \end{aligned}$$

#### Rechenbeispiel 2

Atemluft in der Lunge hat eine Temperatur von 37 °C. Bei dieser Temperatur beträgt der Sättigungsdampfdruck von Wasser 63 hPa. Außerhalb der Lunge herrscht eine Temperatur von 22 °C. Ein Proband atmet unter diesen Bedingungen Luft mit einer relativen Luftfeuchtigkeit von 60% ein. Wie groß ist die Differenz zwischen dem Wasserdampfpartialdruck in der Lunge und dem außerhalb der Lunge?

**Lösung:** Nach der Formel in Rechenbeispiel 1 können wir die beiden Wasserdampfpartialdrücke folgendermaßen berechnen:

$$\text{Außerhalb der Lunge: } p_{22^\circ\text{C}} \cdot 60\% = 26 \text{ hPa} \cdot 0,6 = 15,6 \text{ hPa}$$

$$\text{In der Lunge: } p_{37^\circ\text{C}} \cdot 60\% = 63 \text{ hPa} \cdot 0,6 = 37,8 \text{ hPa}$$

Die Differenz zwischen den beiden Drücken lautet also:

$$\Delta p = p_{37^\circ\text{C}} - p_{22^\circ\text{C}} = 37,8 \text{ hPa} - 15,6 \text{ hPa} = 22,2 \text{ hPa}$$

### FAZIT – DAS MÜSSEN SIE WISSEN



– ! Bei der **Verdunstung** einer Flüssigkeit wird der Umgebung **Verdampfungswärme** entzogen.

– !! Spezifische Verdampfungswärme  $r$ :

$$r = \frac{Q}{m}; [r] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$Q$  = verbrauchte Wärmeenergie;  $m$  = Masse der verdunsteten Flüssigkeitsmenge.

– ! Relative Luftfeuchtigkeit:

$$\text{Relative Luftfeuchtigkeit} = \frac{\text{Wasserdampfdruck}}{\text{Sättigungsdampfdruck}}$$

## 4.5 Stoffgemische

### 4.5.1 Molarität

Unter Molarität versteht man die Anzahl Mole eines Stoffes, die in einem Liter Lösung gelöst sind. Löst man z. B. 1 Mol NaCl in 1 Liter H<sub>2</sub>O, erhält man eine Lösung mit 1 mol/l NaCl, auch als 1-molare NaCl-Lösung bezeichnet. Auch Gase lösen sich in Wasser. Wenn eine Flüssigkeit in Kontakt mit einem Gas steht, dann dringt eine bestimmte Menge des Gases in die Flüssigkeit ein und wird dort **gelöst**. Im Fall von Wasser in Kontakt mit Luft wird Stickstoff, Sauerstoff und Kohlendioxid molekular im Wasser gelöst.

Die Molarität, auch Stoffmengenkonzentration genannt, ist definiert als die Zahl  $n_i$  der gelösten Mole eines Stoffes  $i$  pro Volumen  $V$  der Lösung

$$c_i = \frac{n_i}{V}$$

Einheit:  $[c] = \text{mol/l}$ .

### 4.5.2 Osmolarität

Unter Osmolarität versteht man die **Anzahl der osmotisch aktiven Teilchen**, die in einem Liter Lösungsmittel gelöst sind. Für die 1-molare NaCl-Lösung aus dem vorangehenden Absatz bedeutet dies Folgendes: Wenn sich NaCl in Wasser löst, dissoziiert es in Na<sup>+</sup>- und Cl<sup>-</sup>-Ionen. Aus einem Mol NaCl entstehen also jeweils ein Mol Na<sup>+</sup> und ein Mol Cl<sup>-</sup>, also insgesamt 2 Mol Teilchen. Beide Teilchen sind getrennt voneinander osmotisch aktiv. Eine 1-molare NaCl-Lösung ist demnach 2-osmolar (2 osmol/l).

In der Physiologie gibt man statt der Molarität gerne die Osmolarität einer Lösung an, da diese direkt angibt, welche osmotische Wirksamkeit sie hat. **Blut** hat z. B. eine Osmolarität von **300 mosmol/l** („Milliosmol pro Liter“).

### LERNTIPP

Den Wert 300 mosmol/l für Blut sollten Sie sich merken, denn er wird möglicherweise bei der Lösung von Prüfungsaufgaben als bekannt vorausgesetzt.

**RECHENBEISPIEL**

500 ml einer isotonen Kochsalzlösung (0,9% NaCl-Lösung = 150 mmol/l = 300 mosmol/l) zur Infusion werden mit 9 g Glucose (50 mmol) supplementiert. Das Volumen der Lösung erhöht sich dabei nicht nennenswert. Wie viel reines Wasser muss zu der Lösung hinzugegeben werden, damit wieder eine isotone Lösung entsteht?

**Lösung:** Als isoton bezeichnet man eine Lösung, die dieselbe Osmolarität wie Blut hat, nämlich 300 mosmol/l. Damit die Infusion durch die Zugabe von Glucose nicht hypertont wird, muss sie mit Wasser wieder so weit verdünnt werden, dass eine isotone Lösung entsteht.

In 500 ml einer Lösung mit 300 mosmol NaCl/l sind 300 mosmol/l · 0,5 l = 150 mosmol Teilchen gelöst. Dazu werden 50 mmol Glucose gegeben. Glucose ist nicht dissoziierbar, geht also als lauter einzelne Teilchen in Lösung. In den 500 ml Infusionslösung sind damit 200 mosmol Teilchen gelöst. Um wieder eine 300 mosmolare Lösung zu erhalten, muss man die 200 mosmol in x l H<sub>2</sub>O lösen:

$$300 \frac{\text{mosmol}}{\text{l}} = 200 \frac{\text{mosmol}}{x \text{ l}}$$

$$x \text{ l} = \frac{200 \text{ mosmol}}{300 \text{ mosmol/l}} = 0,66 \text{ l}$$

Zu 500 ml Infusionslösung müssen demnach 660 ml – 500 ml = 160 ml H<sub>2</sub>O gegeben werden.

**4.5.3 Löslichkeit**

Unter der **Löslichkeit** eines Stoffes versteht man, wie gut dieser Stoff in einem Lösungsmittel gelöst werden kann. Zwischen äußerem Partialdruck  $p_i$  eines Gases und der Löslichkeit  $S_i$  von Gasmolekülen in der Flüssigkeit herrscht ein dynamisches Gleichgewicht, d. h., es werden ständig Gasmoleküle zwischen der Gasphase und der Flüssigkeit ausgetauscht. Im Mittel sind jedoch der Partialdruck  $p_i$  und die Löslichkeit  $S_i$  konstant. Den Zusammenhang stellt das **Henry-Dalton Gesetz** her:

$$S_i = K_H p_i$$

$K_H$  ist die Henry-Konstante (auch als **Bunsen'scher Löslichkeitskoeffizient** bezeichnet), die von der Gasart abhängt.

Die Löslichkeit von Sauerstoff in Wasser beträgt bei 20 °C und 1 bar Luftdruck 270 μmol/l und ist kritisch. Sinkt die Molarität auf weniger als die Hälfte, dann ist Leben im Wasser nicht mehr möglich.

**RECHENBEISPIEL**

In einer Flasche mit Sprudelwasser ist eine bestimmte Menge Kohlendioxid im Wasser gelöst. Wievielfach höher wird die Konzentration von gelöstem CO<sub>2</sub>, wenn (bei konstanter Temperatur) der CO<sub>2</sub>-Partialdruck in der Flasche verdoppelt wird?

**Lösung:** Nach dem Henry-Dalton-Gesetz ist die Menge eines in einer Flüssigkeit gelösten Gases direkt proportional dem (temperaturabhängigen) Löslichkeitskoeffizienten  $K_H$  und dem Partialdruck des Gases. Dabei gilt:  $S_i = K_H p_i$ .

Daraus folgt, dass die Löslichkeit  $S_i$  proportional vom Partialdruck  $p_i$  abhängt. Verdoppelt man den CO<sub>2</sub>-Partialdruck in der Flasche, dann muss auch die Löslichkeit des CO<sub>2</sub> auf das Doppelte ansteigen.

**APROPOS**

Die vorangehende Aufgabe kann man auch auf die Löslichkeit von Sauerstoff im Blut beziehen. Verzehnfacht man z. B. den Sauerstoffpartialdruck im arteriellen Blut, dann verzehnfacht sich auch die Löslichkeit des Sauerstoffs im arteriellen Blut. Diese Tatsache wird ausgenutzt, wenn man Patienten z. B. bei einem Schlaganfall mit hohen Konzentrationen von O<sub>2</sub> beatmet. Siehe dazu auch das Rechenbeispiel zu den Gasgemischen (S. 42). Allerdings ist die vorwiegende Löslichkeit von Sauerstoff in Blut nicht physikalisch begründet, sondern durch kooperative chemische Bindung in Hämoglobin.

**4.5.4 Dampfdruckerniedrigung**

Bei Lösung eines Stoffes in einem Lösungsmittel wird der Dampfdruck des Lösungsmittels erniedrigt. Dies bezeichnet man als das **Raoult-Gesetz**. Die Dampfdruckerniedrigung hat eine Siedepunktserhöhung zur Folge, denn erst bei höherer Temperatur erreicht der Dampfdruck dann wieder den Atmosphärendruck. Ebenso führt die Zugabe eines Stoffes zur Gefrierpunkterniedrigung des Lösungsmittels (Salz auf der Straße erniedrigt den Gefrierpunkt des Wassers).

**4.5.5 Osmose**

Betrachten wir ein Gefäß mit einem Lösungsmittel (Wasser), welches durch eine Wand in zwei Kammern unterteilt ist (Abb. 4.5). Auf beiden Seiten der Wand ist eine unterschiedliche Konzentration (Molzahl  $n_i$ ) von gelöstem Stoff enthalten (Abb. 4.5a, in Kammer A herrscht eine niedrigere Konzentration von Glucose als in Kammer B). Das heißt, dass auch die Konzentration des Wassers auf beiden Seiten unterschiedlich ist (in Kammer A höher als in Kammer B). Der im Wasser gelöste Stoff erzeugt analog zum Partialdruck eines Gases in einem Gasgemisch einen Partialdruck im Lösungsmittel, der als **osmotischer Druck**  $\Pi$  („Pi“) bezeichnet wird.

Die Zustandsgleichung des gelösten Stoffes ist analog der Zustandsgleichung für ideale Gase (S. 40):

$$\Pi V = n_i R T$$

Umgeformt lautet die Gleichung:  $\Pi = c R T$ , wobei  $c_i = n_i/V$  (s. o. unter Molarität).

Diese Zustandsgleichung wird als **Van't-Hoff-Gesetz** bezeichnet.

Die osmotischen Drücke in den beiden Kammern in Abb. 4.5a sind unterschiedlich:  $\Pi_1 = n_1 R T/V$  und  $\Pi_2 = n_2 R T/V$ , und die Glucosestoffmengen sind verschieden:  $c_1 = n_1/(n_1 + n_{\text{Wasser}})$  und  $c_2 = n_2/(n_2 + n_{\text{Wasser}})$ . Wird die undurchdringliche Wand durch eine semipermeable Membran ersetzt (Abb. 4.5b), die nur für Wassermoleküle durchlässig ist, jedoch nicht für Glucosemoleküle, dann wird so viel Wasser durch die Membran fließen, dass der osmotische Druck ausgeglichen ist. Durch den osmotischen Druckausgleich werden die Molzahlen  $n_1$  und  $n_2$  links und rechts nicht geändert, die Stoffmengen sind jedoch jetzt auf beiden Seiten identisch:  $c_1 = c_2$ . Der osmotische Druckausgleich wird auch als **Wasserverschiebung** bezeichnet. Nach dem Van't-Hoff-Gesetz ist der osmotische Druck direkt von der Konzentration der gelösten Moleküle abhängig. Je mehr gelöste Moleküle, desto höher der osmotische Druck.

**LERNTIPP**

Auch in der Physiologie wird der osmotische Druck besprochen. Die Formel für den osmotischen Druck sieht dort etwas anders aus:  $\Delta \pi = \sigma R T \Delta c_{\text{osm}}$ . Im Grunde genommen sagt sie das Gleiche aus. In diesem Fall wird mit den Druckunterschieden gerechnet, die durch den Unterschied in den Konzentrationen der gelösten Teilchen auf beiden Seiten zustande kommen.  $\sigma$  ist der Reflexionskoeffizient, der angibt, wie durchlässig eine Membran ist. Für semipermeable Membranen ist er 1 (frei durchlässig bezogen auf das betrachtete Ion). Da wir hier nur semipermeable Membranen betrachten, ist der Reflexionskoeffizient hier weggelassen worden.

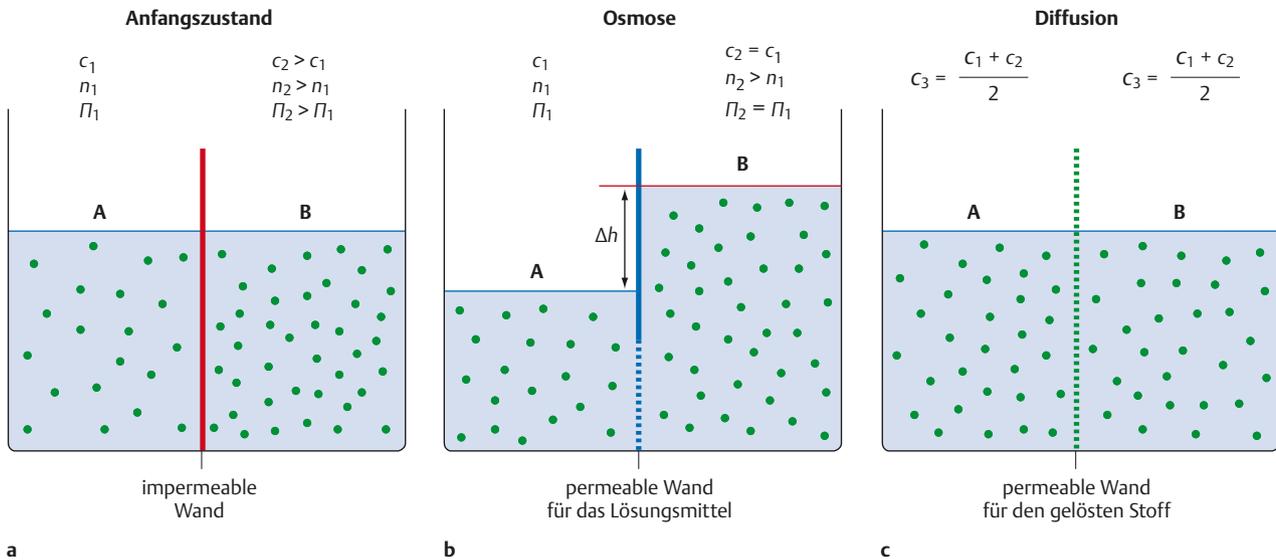


Abb. 4.5 Osmotischer Druckausgleich. **a** Anfangszustand mit einer impermeablen Membran.  $n$ , Molzahl; **b** Start des Versuchs nach Austausch der impermeablen Membran gegen eine semipermeable, wasserdurchlässige Membran. **c** Diffusiver Konzentrationsausgleich durch eine Wand, die die gelösten Stoffe durchlässt, aber nicht das Lösungsmittel.  $\Pi$ , osmotischer Druck;  $c$ , Konzentration.

#### RECHENBEISPIEL

Wie groß ist der osmotische Druck, der im Körper durch eine 0,9%ige Lösung von NaCl (= 150 mmol NaCl/l) erzeugt wird?

**Lösung:** 150 mmol/l NaCl entsprechen einer Molzahl  $n$  von 0,15 mol/l. Durch Dissoziation von NaCl in Wasser zu  $\text{Na}^+$  und  $\text{Cl}^-$  sind pro Molekül zwei Teilchen in Lösung, d. h., die Molzahl verdoppelt sich auf 0,3 mol/l. Nach der Zustandsgleichung für gelöste Stoffe ergibt sich bei einer Körpertemperatur  $T = (273 + 36) \text{ K} = 309 \text{ K}$  folgender osmotischer Druck:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{n R T}{V} = \frac{0,3 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J} \cdot 309 \text{ K}}{1 \text{ l mol K}} \\ &= \frac{0,3 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ Nm} \cdot 309 \text{ K}}{10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol K}} \\ &= 770 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 7,7 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 7,7 \text{ bar} \end{aligned}$$

7,7 bar sind ein hoher Druck. Deshalb sind isotone Lösungen in der Praxis so wichtig, damit Erythrozyten nicht platzen.

### 4.5.6 Diffusion

In Gasen und Flüssigkeiten, die aus verschiedenen Komponenten bestehen, werden alle Partikel auf Grund der Brown'schen Molekularbewegung regellos durcheinandergewirbelt. Das führt zu einem Ausgleich aller thermodynamischen Parameter: Druck, Temperatur und Konzentration. Sobald ein Unterschied in einem der Parameter auftritt, werden Diffusionsströme den Unterschied ausgleichen. Ein Temperaturunterschied führt zum Wärmestrom, ein Druckunterschied zum Volumenstrom. Ein Dichteunterschied hat einen **Teilchenstrom**  $I_N$  von hoher zu niedriger Konzentration zur Folge.

Beschrieben wird die Diffusion durch das **Fick'sche Diffusionsgesetz**.

$$j_N = \frac{I_N}{A} = -D \frac{\Delta c}{l}$$

Einheiten:

$$[j_N] = \frac{1}{\text{m}^2 \text{ s}}, [D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$I_N$  ist der Teilchenstrom,  $A$  die Fläche der Membran,  $l$  die zurückgelegte Wegstrecke,  $\Delta c$  der Konzentrationsgradient und  $D$  der Diffusionskoeffizient. Als  $j_N$  wird die Teilchenstromdichte bezeichnet.

#### LERNTIPP

Das Fick'sche Diffusionsgesetz finden Sie auch in der Physiologie. Dazu wurden im Physikum bisher weder in der Physiologie noch in der Physik Fragen gestellt. Es wird aber trotzdem hier erwähnt, da für die Permeabilität der Diffusionskoeffizient  $D$  benötigt wird (s. u.).

#### Permeabilität

Unter Permeabilität versteht man die Durchlässigkeit einer Membran für Teilchen. Sie wird durch den **Permeabilitätskoeffizienten** charakterisiert. Dieser ist umgekehrt proportional zur Dicke  $\Delta x$  der Membran und proportional zum Diffusionskoeffizienten  $D$  des betrachteten Teilchens durch die Membran:

$$P = \frac{D}{\Delta x}$$

Je größer der Diffusionskoeffizient und je dünner die Membran, desto schneller gelangt das Teilchen auf die andere Seite.

Die durch die Membran diffundierende Stoffmenge pro Zeit des Stoffs ist  $I_N$  (**Teilchenstrom**):

$$I_N = P A \Delta c$$

Die Stoffmenge pro Zeit, die durch eine Membran diffundiert, ist direkt proportional zum Permeabilitätskoeffizienten  $P$ , der Membranfläche  $A$  und der Konzentrationsdifferenz  $\Delta c$ .

Die Teilchenstromdichte ist:

$$j_N = \frac{I_N}{A} = P \Delta c$$